

**NB :** La rédaction et le soin de la copie seront pris en compte ainsi que toute tentative de recherche même non aboutie. Merci...

• **Exercice 1 :** (4 points)

On propose le tableau de signes suivant du trinôme

$$T(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$
T(x)	-	0	+	0

1/ Répondre par **VRAI** ou **FAUX** en justifiant bien sûr !!!

a)  $c < 0$ .

b)  $T\left(-\frac{x^2+2014}{2014}\right) > T\left(-\frac{2013}{x^2+2013}\right)$  pour tout réel  $x$  non nul

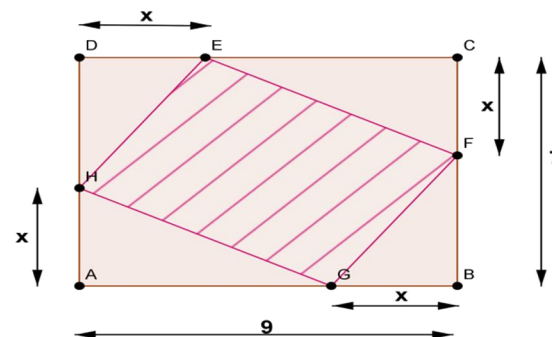
c) Si  $\alpha$  est une racine de l'inéquation  $ax^4 + bx^2 + c > 0$  alors  $\alpha \in ]-2; 2[$ .

2/ Déterminer l'expression de T(x) sachant que T(3)=2.

• **Exercice 2 :** (8 points) Les questions I et II sont indépendantes.

I/ Soit ABCD un rectangle tel que AB=9 et AD=7.

Soient les points E, F, G et H tels que AH=DE=CF=BG=x



1/ Montrer que l'aire du parallélogramme EFGH est

$$A(x) = 2x^2 - 16x + 63.$$

2/ Déterminer les réels  $\alpha$  et  $\beta$  tels que  $A(x) = 2(x + \alpha)^2 + \beta$ .

3/ Déduire la valeur de  $x$  pour laquelle  $A(x)$  est minimale.

II/ Soit le polynôme  $P(x) = x^4 - x^3 - 8x^2 + 2x + 12$

1/a) Calculer  $P(3)$  et  $P(-2)$ .

b) Factoriser alors le polynôme  $P(x)$ .

c) Résoudre dans IR l'équation (E) :  $\frac{1}{2}x^3 - 4x - 3 = \frac{3}{1-x}$ .

2/ Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{P(x)}{x^3 - x^2 - 6x}$ .

a) Déterminer l'ensemble de définition  $D_f$  de  $f$ .

b) Vérifier que  $f(x) = \frac{x^2-2}{x}$  pour  $x \in D_f$ .

c) Étudier le signe de  $f(x)$ .

d) Résoudre alors l'équation  $|f(x)| + f(x) = 0$

• **Exercice 3 :** (8 points)

Soit ABC un triangle .

- 1) Soient I barycentre des points pondérés  $(A, 2m^2 - 5)$  et  $(B, 3m)$ .  
et J barycentre des points pondérés  $(A, m^2)$  et  $(C, -3m^2 + 4)$ .

avec m un paramètre réel.

Déterminer la valeur de m pour que I soit le milieu de [AB] et J soit le milieu de [AC].

- 2) On fixe dans la suite  $I=A*B$  et  $J=A*C$

a/ Construire sur la figure ci-contre

le point D barycentre des points  $(A,3)$  et  $(B,-2)$ .

b/ Montrer que A est le barycentre des points B et D affectés de coefficients à déterminer.

c/ Montrer que  $2\vec{JB} + 3\vec{JC} + \vec{JD} = \vec{0}$ .

d/ Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que

$$\|2\vec{MB} + 3\vec{MC} + \vec{MD}\| = 3\|\vec{MA} + \vec{MB}\|$$

- 3) Soit G le point du plan tel que  $3\vec{GA} - 2\vec{GB} + 5\vec{GC} = \vec{0}$ .

a/ Montrer que  $G \in [DC]$ .

b/ Montrer que G est le barycentre des points  $(J,5)$  et  $(I,-2)$ .

c/ Construire alors le point G.

- 4) Les droites (AG) et (BC) se coupent en E.

a/ Montrer que G est le milieu de [AE].

b/ En déduire que E est le barycentre des points B et C affectés de coefficients à déterminer .

c/ Construire sur la figure ci-contre à l'aide d'une couleur de votre choix l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\|\vec{ME} - \vec{MC}\| \leq \frac{1}{3} \|-2\vec{MB} + 5\vec{MC}\| \leq \|2\vec{MG} - \vec{MA} - \vec{MJ}\|$$

